

Bornes sur les suites et fonctions différentiellement finies et évaluation garantie

Marc Mezzarobba

Les équations différentielles ou aux différences linéaires à coefficients polynomiaux constituent des structures de données adéquates pour représenter et manipuler efficacement leurs fonctions ou suites solutions (dites différentiellement finies ou holonomes). L'objet de cet exposé est de montrer comment majorer automatiquement une suite de complexes donnée par une récurrence linéaire à coefficients polynomiaux par une suite n simple z à valeurs positives. Les majorations obtenues sont fines, au sens où les suites majorantes ont (sous des hypothèses convenables) le même ordre de croissance asymptotique que les solutions qu'elles majorent. Elles peuvent être évaluées efficacement, et admettent généralement des formes closes simples. Il s'agit d'un travail en cours avec mon directeur de thèse Bruno Salvy, à partir notamment des travaux de Joris van der Hoeven sur la méthode de Cauchy-Kovalevskaja en analyse effective.

Appliqué aux coefficients ou aux restes de la série de Taylor d'une fonction différentiellement finie, ce procédé de calcul de bornes permet de déterminer à quel ordre tronquer la série pour garantir une certaine borne d'erreur sur la somme. La série tronquée peut être utilisée pour évaluer numériquement à grande précision la fonction ; la finesse des bornes se reflète alors sur la complexité de l'algorithme d'évaluation. J'évoquerai l'implémentation de ces algorithmes en présentant un module Maple (à l'état de prototype) qui fournit des fonctionnalités d'évaluation efficace et garantie des fonctions holonomes s'appuyant sur une version de l'algorithme de calcul de bornes décrit.